

Spannbäume und minimale Spannbäume¹

Ein **Spannbaum** (auch aufspannender Baum oder spannender Baum genannt; englisch spanning tree) ist in der Graphentheorie ein Teilgraph eines ungerichteten Graphen, der (...) alle seine Knoten enthält. Spannbäume existieren nur in zusammenhängenden Graphen.

In kantengewichteten Graphen lässt sich als Gewicht eines Graphen die Summe seiner Kantengewichte definieren. Ein Spannbaum (...) heißt **minimal**, wenn kein anderer Spannbaum (...) in demselben Graphen mit geringerem Gewicht existiert. Häufig kürzt man minimaler Spannbaum auch mit MST (Abkürzung des englischen Begriffs Minimum Spanning Tree) oder MCST (Minimum Cost Spanning Tree - ein Spannbaum mit minimalen Kosten) ab.

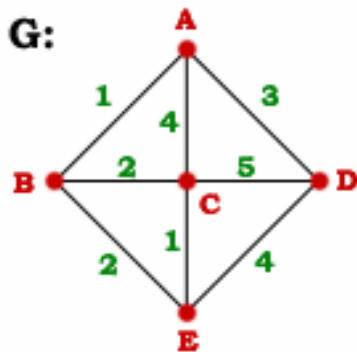
Das Spannbaumproblem tritt in der Praxis beispielsweise bei der kürzesten Verdrahtung von Kommunikationsnetzen auf. Die Berechnung minimaler Spannbäume findet direkte Anwendungen in der Praxis, wenn man zum Beispiel kostengünstig zusammenhängende Netzwerke (z.B. Telefonnetzwerke, elektrische Netzwerke u.a.).

Interessanterweise „hat die amerikanische Telefonfirma AT&T die Gebühren für hausinterne Netze von Firmenkunden nach der Länge eines minimalen spannenden Baumes aller denkbaren Direktleitungen – und nicht nach der Länge der tatsächlich verlegten Leitungen – berechnet.“²

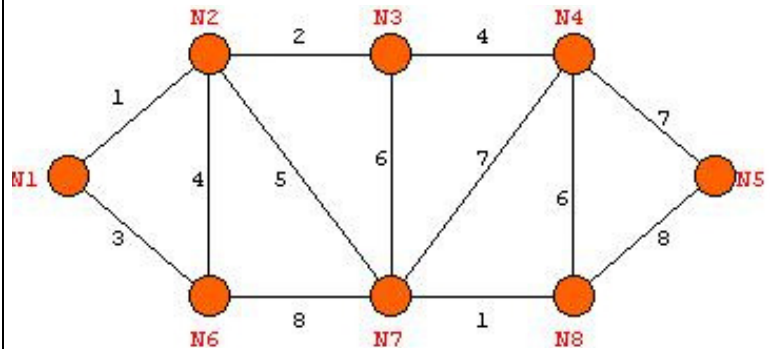
(Haus-)aufgaben:

Finden Sie unter Anwendung des im Unterricht entwickelten umgangssprachlichen Algorithmus den MST für folgende Graphen.³

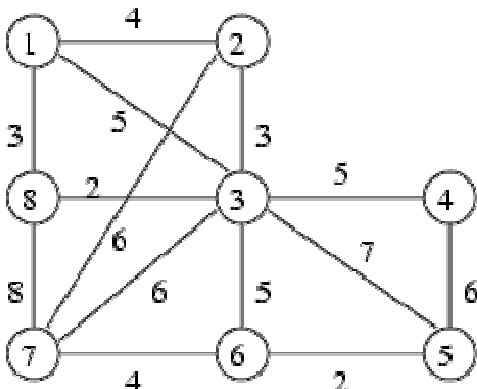
Graph 1:



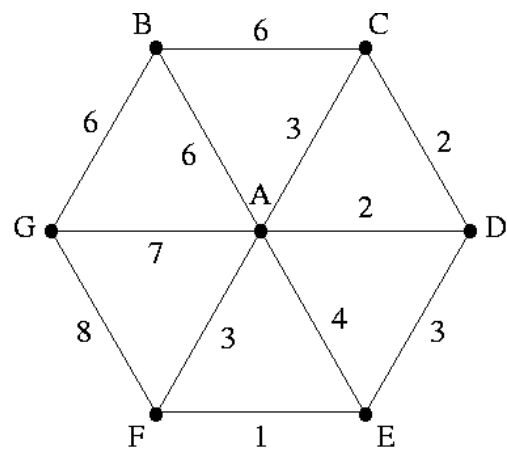
Graph 2:



Graph 3:



Graph 4:



¹ Aus Wikipedia: http://de.wikipedia.org/wiki/Minimal_spannender_Baum

² aus: T. Ottmann / P. Widmayer: Algorithmen und Datenstrukturen, 3. Auflage, Spektrum-Verlag

³ Zur Vertiefung können sie auch Beispiele aus einem Applet unter <http://www-m9.ma.tum.de/java-applets/routenplanung/Algorithmen/Kruskal> nutzen